

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ПІДГОТОВКИ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРАМИ ПІД ЧАС ПІДГОТОВКИ ДО НМТ З МАТЕМАТИКИ

Завдання з параметром є невід'ємною частиною Національного мультипредметного тесту (НМТ) з математики, проте вони часто викликають труднощі навіть у тих учнів, які вивчають математику на поглибленому рівні. На наш погляд, основною причиною таких труднощів є відсутність системного підходу до розв'язання подібних задач, а також недостатня кількість часу, що виділяється на їх опрацювання у шкільному курсі математики. Саме тому важливо розробити ефективну систему підготовки до розв'язання задач із параметрами, що дозволить учням краще засвоїти цей матеріал і, відповідно, отримати високі результати з НМТ.

У даній роботі розглянуто як теоретичні, так і практичні аспекти розв'язання задач із параметрами. Розглянуто аналітичний метод, графічний метод та функціонально-графічний метод, які є ключовими при розв'язанні рівнянь із параметрами. Наведено конкретні приклади застосування цих методів до розв'язання типових завдань, що допомагає глибше зрозуміти особливості роботи з параметрами.

У процесі дослідження було проведено аналіз чинних навчальних програм із математики, а також програми НМТ, що дозволило визначити рівень представлення теми задач із параметрами у навчальному процесі. Крім того, було вивчено й узагальнено існуючі класифікації задач із параметрами та методи їх розв'язання, що сприяло систематизації підходів до вирішення таких завдань.

Розроблено комплексний підхід до підготовки школярів до розв'язування задач із параметрами, який поєднує системний аналіз, регулярні практичні тренування та розробку ефективних стратегій розв'язання. Визначено найбільш дієві методи навчання, що сприяють розвитку логічного мислення та вдосконаленню навичок роботи з параметрами. Упровадження такого підходу дозволяє не лише покращити розуміння теми, а й сприяє підвищенню загального рівня математичної культури учнів, що є важливим аспектом їхньої підготовки до складання НМТ.

Ключові слова: Національний мультипредметний тест, підготовки до складання НМТ, навчання учнів, навчання математики, розв'язання задач із параметрами, комплексний підхід, підвищення рівня математичної культури, ефективна система підготовки.

Задачі з параметрами відіграють ключову роль у розвитку логічного мислення та математичної культури, проте їх розв'язання часто викликає труднощі. Це пояснюється тим, що кожна така задача охоплює цілий клас звичайних задач, для кожної з яких необхідно знайти відповідний розв'язок.

Програма Національного мультипредметного тесту (НМТ) з математики, яка наразі відповідає програмі ЗНО 2019 року, передбачає, що учні повинні вміти застосовувати загальні методи та прийоми під час розв'язання рівнянь, нерівностей і їхніх систем, зокрема й завдань із параметрами [5].

З огляду на швидкі зміни в освіті та зростаючі вимоги до рівня знань учнів, важливо створити ефективну систему підготовки, що включає не лише теоретичні аспекти, а й практичне опрацювання задач із параметрами. Така система має відповідати вимогам НМТ та допомагати учням упевнено розв'язувати відповідні завдання під час тестування.

Метою нашого дослідження є підвищення рівня підготовки учнів до розв'язання задач із параметрами в межах НМТ шляхом створення системи підготовки, яка поєднує вивчення теоретичних основ із практичним відпрацюванням навичок на основі великої кількості типових завдань. Це сприятиме успішному складанню тесту та розвитку математичних компетентностей учнів [2].

Перш за все учням треба пояснити, що означається як завдання з параметрами.

Завдання з параметрами – це математичні задачі, умови яких містять додаткові змінні (параметри), що впливають на їх розв'язання та кінцевий результат. На відміну від стандартних задач, вони вимагають не лише знаходження розв'язку, а й аналізу впливу параметра на структуру та властивості цього розв'язку. Такі завдання розширюють межі звичайного розв'язання, оскільки передбачають дослідження множини можливих варіантів залежно від змінних значень параметра [1; 3; 4].

Особливістю завдань із параметрами є необхідність виявлення загальних закономірностей і залежностей між змінними, що розвиває аналітичне мислення та навички узагальнення. Вони широко застосовуються в тестових системах, таких як НМТ, для оцінки рівня математичної підготовки учнів та їхньої здатності працювати з варіативними умовами [4; 5].

Серед завдань із параметрами особливу групу становлять рівняння з параметрами. Вони містять не тільки невідомі змінні, але й параметри, що впливають на кількість, характер і властивості коренів. На відміну від звичайного рівняння, яке має фіксований розв'язок або множину розв'язків, рівняння з параметрами визначає цілий спектр можливих відповідей залежно від значень параметра. Це означає, що учень має не лише знайти корені, а й визначити, за яких значень параметра рівняння має єдиний, множинний або ж жодного розв'язку [1; 3; 4].

Отже, завдання з параметрами охоплюють широкий клас математичних задач, серед яких рівняння з параметрами є особливим випадком, що вимагає глибшого аналізу взаємозв'язку між параметрами та коренями рівняння.

Важливо зрозуміти ключовий аспект: параметр у задачах з параметрами є фіксованим, але невідомим числом, і це надає йому подвійну природу, що слід розглядати з двох точок зору:

1. Фіксованість параметра. Параметр виступає як конкретне значення, яке залишається незмінним у процесі розв'язання рівняння чи задачі. Для кожного такого фіксованого значення параметра рівняння набуває вигляду звичайної математичної задачі, яку можна вирішити стандартними методами. У цьому контексті параметр можна розглядати як постійну величину, яка визначає характер задачі (наприклад, кількість або властивості її розв'язків).

2. Невідомість параметра. На відміну від змінних, параметр є невідомою величиною, яку не потрібно знаходити безпосередньо. Замість цього аналізується вплив параметра на властивості задачі, наприклад, залежність множини розв'язків від його значень. Ця невідомість відкриває можливість для дослідження задачі в загальному вигляді, що вимагає аналізу всіх можливих варіантів значень параметра.

Отже, подвійна природа параметра полягає в його одночасній **локальній фіксованості** (параметр залишається незмінним під час вирішення конкретного випадку задачі) і **глобальній змінності** (параметр може приймати різні значення в межах заданих умов) [1; 3; 4].

Цей підхід дозволяє використовувати параметри як інструмент узагальнення задачі, що значно розширює можливості її аналізу, допомагає виявляти закономірності й досліджувати різноманітні сценарії розв'язків.

Можна виділити основні типи задач із параметрами:

Тип 1. Задачі, які передбачають розв'язання для всіх можливих значень параметра або для значень із певного проміжку. Якщо в умові задачі потрібно розв'язати рівняння, необхідно для кожного значення параметра визначити його розв'язки та знайти корені для кожного випадку.

Приклад 1 [6]. Для всіх значень параметра a знайти розв'язки рівняння

$$\sqrt{\cos(\pi x) - 1} = x^2 + 8x - ax - 8a.$$

Розв'язання. Спочатку визначимо область допустимих значень (ОДЗ) рівняння. Маємо:

$$\cos(\pi x) - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \cos(\pi x) \geq 1 \Leftrightarrow \cos(\pi x) = 1$$

$$\pi x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = 2n, n \in \mathbb{Z}$$

Отже, обидві частини рівняння повинні дорівнювати нулю. Розглянемо праву частину рівняння,

$$x^2 + 8x - ax - 8a = 0;$$

$$x^2 - x(a - 8) - 8a = 0;$$

$$D = (a - 8)^2 - 4(-8a) = (a + 8)^2;$$

$$x_1 = \frac{a - 8 + a + 8}{2} = a,$$

$$x_2 = \frac{a - 8 - a - 8}{2} = -8.$$

З урахуванням результатів для правої та лівої частин рівняння, маємо:

$$\begin{cases} x = 2n, n \in \mathbb{Z} \\ \begin{cases} x = a \\ x = -8 \end{cases} \end{cases}$$

Відповідь: Якщо a є парним, то рівняння має два розв'язки a і; якщо a непарне, то рівняння має один розв'язок.

Тип 2. Задачі, у яких необхідно встановити кількість розв'язків залежно від значення параметра. Якщо в умові потрібно лише визначити число коренів рівняння для всіх можливих значень параметра, то знаходити самі корені не обов'язково.

Приклад 2 [1]. Знайти кількість розв'язків рівняння $\sin(x) = a$, в залежності від значень параметра a на відрізку $[-\frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi]$.

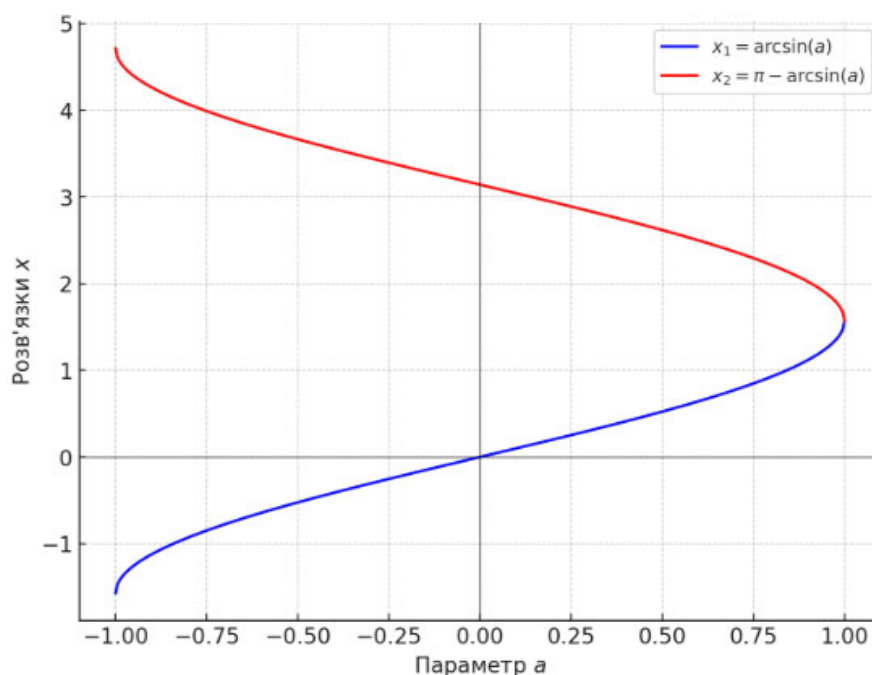


Рис. 1. Графік розв'язків рівняння в залежності від параметра a

Розв'язання: Рівняння $\sin(x) = a$ є розв'язним тільки у випадку $-1 \leq a \leq 1$.

Отже, при $-1 < a < 1$ рівняння має рівно два розв'язки на $[-\frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi]$.

У випадках $a = 1$ або $a = -1$, маємо по одному розв'язку на $[-\frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi]$. При $a = -1$ або $a = 1$ розв'язків немає.

Тип 3. Задачі, у яких необхідно визначити значення параметра, при яких завдання має вказану кількість розв'язків.

Приклад 3 [6]. При якому найменшому значенні параметра a рівняння має хоча б один корінь?

Розв'язання. Спочатку визначимо ОДЗ рівняння:

ОДЗ: $x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$.

Виконаємо перетворення:

У результаті рівняння перетворюється на:

$$\sqrt{x-3} + 1 + (14-2a)\sqrt[4]{x-3} + 32 = 6a.$$

Зробимо заміну: $\sqrt[4]{x-3} = t$, $t \geq 0$. Отримаємо квадратне рівняння:

$$t^2 + (14-2a)t + 33 - 6a = 0;$$

$$D = 4(a-4)^2;$$

У випадку $D = 0$, маємо $(a-4)^2 = 0$; $a = 4$ та єдиний корінь $t = \frac{-2(7-a)}{2} = -7+a = -7+4 = -3$ – не задоволь-

няє умові $t \geq 0$, а тому є стороннім.

У випадку $D > 0$, маємо $(a-4)^2 > 0 \Leftrightarrow a \in (-\infty; 4) \cup (4; \infty)$.

Корені квадратного рівняння:

$$t_{1,2} = a - 7 \pm \sqrt{(4-a)^2} = a - 7 \pm |4-a|$$

Якщо $a > 0$, $t_1 = a - 7 + 4 - a = -3$ то – сторонній корінь, а другий корінь $t_2 = a - 7 - 4 + a = 2a - 11$ є коренем при $2a - 11 \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 5,5$.

При $a < 4$, один з коренів $t_1 = a - 7 + 4 - a = -3$ – сторонній, другий корінь $t_2 = a - 7 - 4 + a = 2a - 11$ є коренем при $2a - 11 \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 5,5$.

Отже, найменше значення параметра, при якому рівняння має корені становить $a = 5,5$.

Відповідь: $a = 5,5$.

Тип 4. Задачі, у яких потрібно визначити значення параметра, за яких множина розв'язків задовольняє певні умови. Наприклад, знайти значення параметра, за яких корені рівняння:

- належать певному проміжку;
- сума квадратів коренів дорівнює заданому числу;
- корені мають певну залежність один від одного;
- рівняння має визначену кількість коренів тощо.

Приклад 4 [6]. При якому значенні параметра a корінь рівняння належить проміжку $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$:

$$\lg(\sin 5\pi x) = \sqrt{16+a-x}.$$

Розв'язання. Спочатку знайдемо ОДЗ рівняння:

$$\begin{cases} \sin 5\pi x > 0, \\ \lg(\sin 5\pi x) \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 5\pi x > 0, \\ \lg(\sin 5\pi x) \geq \lg 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 5\pi x > 0, \\ \sin 5\pi x \geq 1. \end{cases}$$

Отже, рівняння має зміст тільки при

$$\sin 5\pi x = 1 \Leftrightarrow 5\pi x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{1}{10} + \frac{2n}{5}, n \in \mathbb{Z}.$$

Ми шукаємо розв'язки на проміжку $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$, тому

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \leq \frac{1}{10} + \frac{2n}{5} \leq 2 &\Leftrightarrow \frac{3}{2} \leq \frac{1+4n}{10} \leq 2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 15 \leq 1+4n \leq 20 \Leftrightarrow 3\frac{1}{2} \leq n \leq 4\frac{3}{4}. \end{aligned}$$

Отже, $n = 4$, тоді $x = \frac{1}{10} + \frac{2 \cdot 4}{5} = 1,7$.

Визначимо відповідне значення параметра. Оскільки ліва частина рівняння дорівнює нулю, то і права частина дорівнює нулю, тобто,

$$\begin{aligned} \sqrt{16+a-x} &= 0 \Leftrightarrow 16+a-x=0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x=16+a \Leftrightarrow 16+a=1,7 \Leftrightarrow a=-14,3. \end{aligned}$$

Відповідь: $a = -14,3$.

Можна виділити три основні підходи до розв'язання задач з параметрами: аналітичний, графічний та функціонально-графічний [1; 2].

Аналітичний метод

Аналітичний метод є одним із найбільш розширених підходів до розв'язання задач із параметром. Його сутність уможливорює використання математичного аналізу, алгебраїчних та логічних прийомів для вивчення без розв'язків задачі в залежності від параметра. Цей метод базується на системному аналізі й дослідженні рівняння або системи рівняння, нерівності або системи нерівностей тощо з урахуванням різних можливих значущих параметрів [3].

Етапи аналітичного методу:

1. Аналіз умов задачі:

- визначається тип завдання (рівняння (лінійне, квадратне, трансцендентне тощо) або нерівність тощо);
- виділяються параметри, а також їх допустимі значення, якщо вони вказані в умовах.

2. Побудова області визначення:

- розглядаються обмеження, накладені на змінні й параметри;
- знаходиться область допустимих значень змінних і параметрів (ОДЗ). Область зміни параметра розділена контрольними значеннями параметра, між якими задача досліджується окремо.

3. Розв'язання рівняння для фіксованого параметра:

- для кожного конкретного значення параметра розв'язується завдання;
- використовуються стандартні методи, залежно від типу завдання (розкладання на множники, метод заміни, піднесення до степеня тощо).

4. Дослідження залежності розв'язків від параметра:

- виявляється, як змінюються властивості розв'язків при зміні параметра;
- використовуються методи аналізу функцій: знаходження критичних точок, дослідження монотонності, визначення областей природи розв'язків.

5. Систематизація результатів:

- розв'язки записуються у вигляді залежно від параметра або у вигляді умов, які виконуються для створення певних розв'язок;
 - створюється загальна картина розв'язків завдання для всіх допустимих значень параметра.
- Приклади 1, 3 та 4 були розв'язані аналітичним методом.

Графічний метод

Графічний метод розв'язання задач із параметром є одним із найзручніших і наочних способів аналізу залежності між параметрами та змінними у рівняннях чи нерівностях. Основна ідея методу полягає в тому, щоб зобразити залежності графічно та знайти точки перетину графіків, що відповідають розв'язку задачі.

Розглянемо більш детально графічний метод для розв'язання рівнянь з параметром.

Графічний метод розв'язання рівнянь з параметрами зручно використовувати для знаходження кількості розв'язків рівняння для різних значень параметра a (зручніше використовувати для рівнянь з одним параметром)

Етапи застосування графічного методу

1. Постановка задачі

Нехай задано рівняння $F(x; a) = 0$ де a – параметр. Нехай у цьому рівнянні можна виділити дві частини, які можна інтерпретувати як окремі функції $f(x) = g(x; a)$.

Наприклад, рівняння $x^2 + px - 1 = 0$ можна записати як $x^2 - 1 = -px$, при цьому виділити дві функції

$$y_1 = x^2 - 1, y_2 = -px.$$

2. Побудова графіків

Побудуємо графіки функцій $y_1 = f(x)$, $y_2 = g(x, p)$

Наприклад, для рівняння $x^2 + px - 1 = 0$

$y_1 = x^2 - 1$ – це парабола, вершина якої розташована в точці $(0, -1)$.

$y_2 = -px$ – це пряма, яка проходить через початок координат, нахил якої залежить від параметра p .

3. Визначення точок перетину графіків

Абсциси точок перетину графіків $y_1 = f(x)$, $y_2 = g(x, p)$ при фіксованому значенні параметра p відповідають розв'язкам вихідного рівняння.

За графіками можна визначити, для яких значень параметра p графіки перетинаються, а також кількість таких точок.

Приклад: залежно від нахилу прямої $y_2 = -px$, вона може перетинати параболу $y_1 = x^2 - 1$ у двох точках, одній точці або не перетинати її зовсім.

4. Аналіз залежності кількості розв'язків від параметра

Цей етап передбачає аналіз взаємного розташування графіків залежно від параметра p : скільки точок перетину стільки розв'язків має рівняння.

5. Формулювання відповіді

На цьому етапі вказується кількість розв'язків (та за потреби ще й самі розв'язки) для кожного значення параметра p .

Приклад 6 [6]. Обчислити добуток тих значень параметра a , при яких система
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ (x - a)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$
 має

єдиний розв'язок.

Розв'язання. Побудуємо графік кожного рівняння системи. Графіком першого рівняння є коло з центром у початку координат та радіусом 4. Графіком другого рівняння є коло з центром у точці $(a; 0)$ та радіусом 1. Система має єдиний розв'язок, якщо графіки мають єдину спільну точку, тобто, кола дотикаються внутрішнім чи зовнішнім чином (рис. 2).

Відповідь: 225.

Функціонально-геометричний метод

Функціональними методами розв'язування задач з параметрами є: використання неперервності функції (метод інтервалів, метод раціоналізації), з використанням обмеженості функції (метод оцінювання, невід'ємність

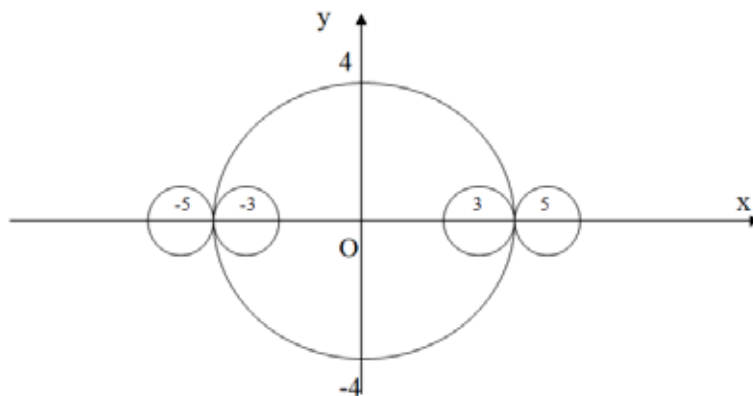


Рис. 2. Розглядаючи всі можливі способи дотику кіл, маємо чотири значення параметру a , а саме -5 ; -3 ; 3 ; 5 . Їх добуток дорівнює 225

функції, найбільше і найменше значення), використовуючи монотонність (на множині дійсних чисел, на інтервалі), а також за допомогою функції похідної.

У багатьох завданнях на вивчення рівняння або нерівності з параметр a можна записати як $f(x; a) \vee g(x; a)$, де $\vee$ замінює один із знаків $=$, $>$, $<$, $\geq$, $\leq$. Залежно від ролі параметра в задачі (параметр – фіксоване число або параметр – змінна), запис $f(x; a)$ розглядається або як сім'я функцій зі змінною x , або як вираз із двома змінними x та a .

Відповідно до цього використовуються два основних функціонально-графічні методи розв'язування задач з параметрами – побудова графічного зображення задачі на координатній площині в системі «змінна-змінна», або на площині в системі «змінна-параметр».

Приклад 7 [3]. При якому значенні параметра a функція

$$y = (a+2)x^3 - 3ax^2 + 9ax - 2$$

спадає при всіх $x \in \mathbb{R}$?

Розв'язання. Область визначення функції – множина всіх дійсних чисел. Обчислимо похідну:

$$f'(x) = 3(a+2)x^2 - 6ax + 9a.$$

Для того, щоб знайти область спадання поставимо умову на знак похідної, $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 3(a+2)x^2 - 6ax + 9a < 0$.

Графіком функції $y = 3(a+2)x^2 - 6ax + 9a$ є параboloю при $a \neq -2$. З геометричної точки зору парабола не перетинає вісь абсцис, а вершини напрямлені вниз, тому дискримінант тричлена $3(a+2)x^2 - 6ax + 9a$ від'ємний, перший коефіцієнт також від'ємний. Маємо систему:

$$\begin{cases} a+2 < 0, \\ \frac{D}{4} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2 < 0, \\ a^2 - 3a(a+2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -2, \\ a - 3(a+2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -2, \\ a < -3. \end{cases} \Leftrightarrow a < -3$$

При $a = -2$ маємо $f'(x) = 12x - 18$. При $x = 1,5$ маємо точку екстремуму, похідна змінює знак, тому $a = -2$ не є розв'язком.

Висновки. У процесі виконання дослідження було здійснено низку важливих кроків. Проведено аналіз чинних програм із математики та програми НМТ з метою виявлення рівня представлення тем, пов'язаних із розв'язуванням задач із параметрами. Вивчено й узагальнено існуючі класифікації задач із параметрами, а також методи їх розв'язання, що дозволило систематизувати підходи до розв'язання таких завдань. У роботі наведені приклади завдань з НМТ та шкільного курсу математики згідно вказаної класифікації задач та методів. Системний підхід до розв'язання таких задач дасть змогу успішно їх розв'язувати, зокрема, скласти НМТ з математики на високий бал.

Використана література:

1. Апостола Г. В., Ясінський В. В. Перші зустрічі з параметрами. Київ : Факт, 2008. 324 с.
2. Буза О. В., Чепок О. О. Системний підхід до розв'язування задач з параметрами під час підготовки до НМТ з математики. Матеріали Всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції «Вітчизняна наука на зламі епох: проблеми та перспективи розвитку» : Зб. наук. праць. Переяслав, 2024. Вип. 100. С. 29–33.
3. Горнштейн П. І., Полонський В. Б., Якір М. С. Задачі з параметрами. Тернопіль : Підручники та Посібники, 2004. 255 с.
4. Нелін Є. П. Рівняння та нерівності з параметрами. Математика в школах України (газета для освітян). 2003. № 2(14). С. 7–12.
5. Програма НМТ з математики 2025. URL : <https://testportal.gov.ua/progmth/>.
6. Тести ЗНО/НМТ онлайн з математики. URL : <https://zno.osvita.ua/mathematics/>.

References:

1. Apostolova, H.V. & Yasynskyi, V.V. (2008). Pershi zustrichi z parametramy [First encounters with parameters]. Kyiv: Fakt. [in Ukrainian].
2. Buza, O. V. & Chepok, O. O. (2024). Systemnyi pidkhid do rozv'язuvannya zadach z parametramy pid chas pidhotovky do NMT z matematyky [A systematic approach to solving problems with parameters during preparation for the National Mathematical University Examination.]. Materialy vseukrainskoi naukovo-praktychnoi internet-konferentsii «Vitchyzniana nauka na zlami epokh: problemy ta perspektyvy rozvytku»: Zb. nauk. prats. Pereiaslav. Vyp.100. S. 29–33 [in Ukrainian].
3. Hornshtein, P. I., Polonskyi, V. B. & Yakir, M. S. (2004). Zadachi z parametramy [Problems with parameters]. Ternopil: Pidruchnyky ta Posibnyky. [in Ukrainian].
4. Nelin, Ye.P. (2003). Rivniannya ta nerivnosti z parametramy [Equations and inequalities with parameters]. Matematyka v shkolakh Ukrainy (gazeta dlia osvityan). № 2(14). S. 7–12. [in Ukrainian].
5. Prohrama NMT z matematyky 2025 [NMT Mathematics Program 2025.]. URL : <https://testportal.gov.ua/progmth/> (ostannie zvernennia: 16.09.2024) [in Ukrainian].
6. Testy ZNO/NMT online z matematyky [Online external assessment/national evaluation tests in mathematics]. URL : <https://zno.osvita.ua/mathematics/> (ostannie zvernennia: 10.09.2024). [in Ukrainian]

Buza O., Chepok O. Methodological features of preparation for solving problems with parameters during preparation for NM in mathematics

Problems with a parameter are an integral part of the National Multi-Subject Test (NMT) in mathematics, but they often cause difficulties even for those students who study mathematics at an advanced level. In our opinion, the main reason for such difficulties is the lack of a systematic approach to solving such problems, as well as the insufficient amount of time allocated for their study in the school mathematics course. That is why it is important to develop an effective system of preparation for solving problems with parameters, which will allow students to better master this material and, accordingly, obtain high results in the NMT.

This work considers both theoretical and practical aspects of solving problems with parameters.

In the course of the study, an analysis of current mathematics curricula, as well as the NMT program, was conducted, which made it possible to determine the level of presentation of the topic of problems with parameters in the educational process. In addition, existing classifications of problems with parameters and methods for solving them were studied and generalized, which contributed to the systematization of approaches to solving such problems.

A comprehensive approach to preparing schoolchildren to solve problems with parameters was developed, which combines systemic analysis, regular practical training and the development of effective solution strategies. The most effective teaching methods that contribute to the development of logical thinking and improvement of skills in working with parameters were identified. The implementation of such an approach allows not only to improve understanding of the topic, but also contributes to increasing the overall level of mathematical culture of students, which is an important aspect of their preparation for the NMT.

Key words: National multi-subject test, preparation for the NMT, student education, mathematics education, solving problems with parameters, comprehensive approach, increasing the level of mathematical culture, effective training system.

УДК 53:378.147

DOI <https://doi.org/10.31392/UDU-nc.series5.2025.103.05>

Гарєєва Ф. М., Чурсанова М. В., Матвєєва Т. В.

АНАЛОГІЯ ОБЧИСЛЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТА НАПРУЖЕНОСТІ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ ДЛЯ ТОЧКОВОГО ТА ЛІНІЙНИХ ОБ'ЄКТІВ

В роботі розглянуто питання організації підходу до методики навчання розв'язуванню задач з курсу загальної фізики в університеті з використанням методу аналогії. Розкрито значення аналогії для набуття навичок розв'язування задач з різних розділів фізики, використання знань з вищої математики на заняттях з фізики. Визначено послідовність виконання основних дій розв'язування задач з використанням методу аналогії. Проаналізовано технологію формування вмінь та навичок застосування методу аналогії, в якому необхідно правильно вибрати параметри порівняння елементів та фізичних величин. Наведено приклади застосування методу аналогії під час навчання розв'язуванню задач з електростатики на підставі навичок розв'язування задач з механіки.

Вміння розв'язувати задачі з фізики вимагають від студентів застосування апарату вищої математики та використання отриманих знань, вмінь та навичок у нових умовах. Отже, нами запропоновано підхід, який базується на комплексному використанні технології застосування методу аналогії (розділи механіка та електростатика), методі диференціювання та інтегрування (Метод ДІ) та методиці поетапного підвищення складності при формуванні фізичних понять, яка використовує відомі значення величини у простішому випадку для знаходження цієї величини у більш складному випадку. Схема встановлює алгоритм дій для логічних послідовностей розв'язування задач від об'єкта простої геометричної форми (точковий об'єкт: матеріальна точка) до більш складної геометричної форми (лінійний об'єкт: тонкий стрижень / тонка нитка). Опанування студентами запропонованого комплексного підходу сприяє більш глибокому розвитку вмінь та навичок розв'язувати задачі. Універсальність запропонованого комплексного підходу розширює уявлення студентів про використання вищої математики та аналогії для розв'язку задач з різних областей фізики.

Ключові слова: фізика, аналогія, параметр порівняння, пошук подібностей, перенесення рішень, методика поетапного формування фізичних понять, метод диференціювання та інтегрування, ДІ-метод, механіка, електростатика.

Метод аналогії описано у низці методичних розробок українських дослідників, таких, як Жидкова Н. М. [2], Кметь Г. М. [3], Галатюк Ю. М. [4], Трущ Н. [6], Наружна І. [5] та ін. Вищезазначені автори використовували метод аналогії що допомогло підвищити у навчанні наочність, полегшити усвідомлення суті багатьох фізичних законів, явищ, понять, а також розвинути логічне та креативне мислення учнів для поглиблення знань та розширення їх наукового світогляду. Більшість дослідників використовували метод аналогії для створення фізичних моделей, які допомагали учням глибше зрозуміти фізичну картину світу. Наша методика заснована на навчанні студентів використовувати набуті навички для розв'язування задач з різних областей фізики. Отже, дана робота є актуальною.

Мета дослідження полягає у розгляді технології використання методу аналогії під час розв'язування задач з курсу загальної фізики.